

1º Lista - Álgebra Linear - BC1425

Mudança de Base

1. Sejam $\beta = \{(1, 0), (0, 1)\}$, $\beta_1 = \{(-1, 1), (1, 1)\}$, $\beta_2 = \{(\sqrt{3}, 1), (\sqrt{3}, -1)\}$ e $\beta_3 = \{(2, 0), (0, 2)\}$ bases ordenadas de \mathbb{R}^2 .

a) Ache as matrizes de mudança de base:

i) $[I]_{\beta}^{\beta_1}$ ii) $[I]_{\beta_1}^{\beta}$ iii) $[I]_{\beta_2}^{\beta}$ iv) $[I]_{\beta_3}^{\beta}$

b) Quais são as coordenadas do vetor $\mathbf{v} = (3, -2)$ em relação à base:

i) β ii) β_1 iii) β_2 iv) β_3

c) As coordenadas de um vetor \mathbf{v} em relação à base β_1 são dadas por

$$[\mathbf{v}]_{\beta_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Quais são as coordenadas de \mathbf{v} em relação à base:

i) β ii) β_2 iii) β_3

2. Se

$$[I]_{\alpha}^{\alpha'} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ache

a) $[\mathbf{v}]_{\alpha}$ onde $[\mathbf{v}]_{\alpha'} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ b) $[\mathbf{v}]_{\alpha'}$ onde $[\mathbf{v}]_{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. Se β' é obtida de β , a base canônica de \mathbb{R}^2 , pela rotação por um ângulo $-\frac{\pi}{3}$, ache

a) $[I]_{\beta}^{\beta'}$ b) $[I]_{\beta'}^{\beta}$

4. Seja V o espaço vetorial de matrizes 2×2 triangulares superiores. Sejam

$$\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} e$$

$$\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

duas bases de V . Ache $[I]_{\beta}^{\beta_1}$

5. Se α é a base de um espaço vetorial, qual é a matriz de mudança de base $[I]_{\alpha}^{\alpha}$