1a Prova de Mecânica Clássica

Segundo quadrimestre Letivo de 2012

1. Uma partícula de massa m se move sob a ação de uma força central cujo potencial é $V(r) = kr^4$, $k > 0$.

   (a) Com auxílio do gráfico do potencial efetivo, faça uma análise qualitativa dos possíveis movimentos indicando, quando for o caso, os pontos de retorno.

   (b) Para quais valores de energia e de momento angular a órbita seria um circulo de raio a em torno da origem?

   (c) Qual é o período do movimento circular ?

2. Considere um pêndulo simples em que uma partícula de massa m está presa a uma haste rígida de comprimento l, assuma que a aceleração gravitacional é constante e dada por g.

   (a) Faça decomposição de forças e escreva a equação diferencial correspondente ao problema.

   (b) Escreva a energia mecânica do sistema e, a partir de sua conservação, esboce os possíveis movimentos no espaço de fase ($\theta \times \frac{d\theta}{dt}$).

   (c) Considere, agora, apenas pequenas oscilações, reescreva e resolva a EDO correspondente. Qual o período de oscilação neste caso?

   (d) Inclua, no item anterior, uma força de amortecimento proporcional a velocidade, do tipo $\mathbf{F} = -b\mathbf{v}$. Qual a relação entre k, l, b, g e m para que o movimento seja subamortecido? Neste caso, qual seria a frequência angular de oscilação?

3. Considere que, de uma plataforma espacial (que pode ser considerada fixa) a uma distância d do centro do planeta, é lançado um satélite com massa m a uma velocidade v_0 a um ângulo α em relação a plataforma. Sendo M a massa do planeta e G a constante de gravitação,

   (a) Descreva a órbita (elipse, hipérbole, parábola) em função dos parâmetros dados no problema.

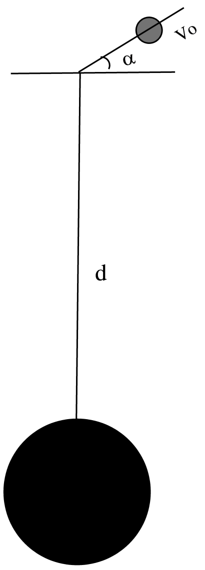

Figura 1: figura do exercício 3

(b) Calcule o ponto de maior aproximação do planeta em função dos parâmetros dados.

Dado um potencial do tipo $-k/r$, com $k > 0$, temos:

$$\cos\theta = \frac{\frac{L}{r} - \frac{km}{L}}{\sqrt{2mE + \frac{m^2k^2}{L^2}}},$$

Lembrando que uma cônica pode ser escrita como:

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta}.$$

4. Considere uma partícula de massa m e carga q em um campo magnético constante $\mathbf{B}$. Calcule a trajetória desta partícula sabendo que a força de Lorentz, no caso, é dada por $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$