Exercício 12 - Lista 6

A região definida no plano xy nos remete à integral

$$\int_0^2 \int_0^{2-x} e^{\frac{y-x}{y+x}} dydx.$$

Cuja resolução não é possível de maneira simples.
Podemos, no entanto, redefinir um novo sistemas de coordenadas

$$u = x + y, \quad v = y - x$$

ou

$$x = \frac{u - v}{2}, \quad y = \frac{u + v}{2}$$

Com Jacobiano,

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \frac{1}{2}$$

.

e, portanto,

$$dA = \frac{1}{2} dudv$$

Nesse novo sistemas de coordenadas, $x = 0$ equivale à reta $u = v$ e $y = 0$ à reta $u = -v$. E a reta $y = 2 - x$ se escreve $u = 2$ simplesmente.

O triângulo, no plano uv toma então a forma

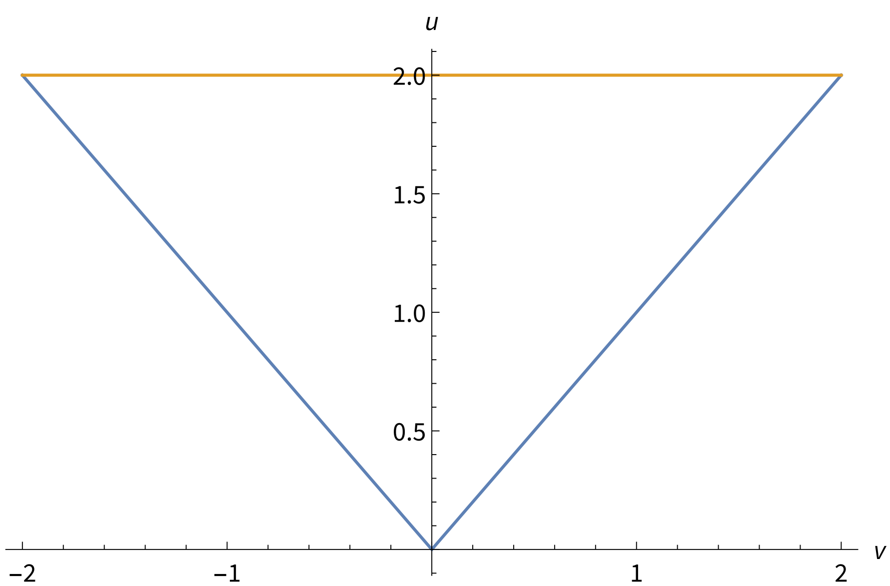

Figura 1: testando

E a Integral dupla é reescrita como

$$\frac{1}{2} \int_0^2 \int_{-u}^{u} e^{\frac{v}{u}} dvdu.$$

Cuja resolução fica:

$$\frac{1}{2} \int_0^2 u(e + \frac{1}{e}) du = e + \frac{1}{e} \qquad \square$$

.