

Geometria diferencial I

Primeira lista de exercícios (2019)

1. Sejam a e b constantes não nulas. Verifique que a aplicação $\gamma(t) = (a \cos t, b \sin t)$, $t \in \mathbb{R}$, é uma curva parametrizada diferenciável. Descreva o traço de γ . O que representa geometricamente o parâmetro t ?

2. Considere a aplicação

$$\gamma(t) = \left(\sin t, \cos t + \ln \left(\tan \frac{t}{2} \right) \right), \quad t \in (0, \pi).$$

Prove que:

- (a) γ é uma curva parametrizada diferenciável.
 - (b) $\gamma'(t) \neq 0$ para todo $t \neq \frac{\pi}{2}$.
 - (c) o comprimento do segmento da reta tangente, compreendido entre $\gamma(t)$ e o eixo y , é constante igual a 1. (O traço dessa curva é chamado tratriz.)
3. Obtenha a equação paramétrica da curva plana tal que o ângulo entre seu vetor tangente e a reta radial é constante.
4. Obtenha uma parametrização de classe C^k para um quadrado cujos vértices estão nos pontos $(\pm 1, \pm 1)$. Consegue obter uma de classe C^∞ ?
5. Um círculo c de raio r rola externamente sobre um círculo fixo C de raio R . Um ponto da circunferência descreve uma epiciclóide. Supondo que para o tempo $t = 0$ o ponto da circunferência c está em contato com a circunferência C , obtenha uma curva parametrizada diferenciável cujo traço é a epiciclóide. Descreva a epiciclóide para o caso particular em que $r = R$. Esta curva é regular?
6. Calcule o comprimento de arco da catenária

$$\gamma(t) = (t, \cosh t), \quad t \in \mathbb{R}$$

entre $t = a$ e $t = b$.

Exercícios Manfredo:

- 1. Pag.6: ex. 1, 2, 5
- 2. Pag.8-13: ex. 2, 5, 6, 10