

# Geometria diferencial I

## Primeira lista de exercícios (2019)

1. Sejam  $a$  e  $b$  constantes não nulas. Verifique que a aplicação  $\gamma(t) = (a \cos t, b \sin t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , é uma curva parametrizada diferenciável. Descreva o traço de  $\gamma$ . O que representa geometricamente o parâmetro  $t$ ?

2. Considere a aplicação

$$\gamma(t) = \left( \sin t, \cos t + \ln \left( \tan \frac{t}{2} \right) \right), \quad t \in (0, \pi).$$

Prove que:

- (a)  $\gamma$  é uma curva parametrizada diferenciável.
  - (b)  $\gamma'(t) \neq 0$  para todo  $t \neq \frac{\pi}{2}$ .
  - (c) o comprimento do segmento da reta tangente, compreendido entre  $\gamma(t)$  e o eixo  $y$ , é constante igual a 1. (O traço dessa curva é chamado tratriz.)
3. Obtenha a equação paramétrica da curva plana tal que o ângulo entre seu vetor tangente e a reta radial é constante.
4. Obtenha uma parametrização de classe  $C^k$  para um quadrado cujos vértices estão nos pontos  $(\pm 1, \pm 1)$ . Consegue obter uma de classe  $C^\infty$ ?
5. Um círculo  $c$  de raio  $r$  rola externamente sobre um círculo fixo  $C$  de raio  $R$ . Um ponto da circunferência descreve uma epiciclóide. Supondo que para o tempo  $t = 0$  o ponto da circunferência  $c$  está em contato com a circunferência  $C$ , obtenha uma curva parametrizada diferenciável cujo traço é a epiciclóide. Descreva a epiciclóide para o caso particular em que  $r = R$ . Esta curva é regular?
6. Calcule o comprimento de arco da catenária

$$\gamma(t) = (t, \cosh t), \quad t \in \mathbb{R}$$

entre  $t = a$  e  $t = b$ .

### Exercícios Manfredo:

- 1. Pag.6: ex. 1, 2, 5
- 2. Pag.8-13: ex. 2, 5, 6, 10