

Universidade Federal do ABC - UFABC
2ª Avaliação de Funções de Várias Variáveis - Prova B

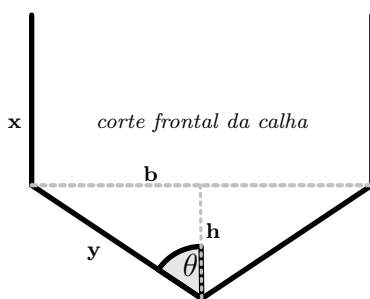
1. Seja a função definida por

$$f(x, y) = 3x^2 - 6xy + y^3$$

- (a) Ache e classifique todos os seus pontos críticos.
(b) Encontre os máximos e mínimos globais considerando, agora, que a função está restrita ao interior do triângulo cujos vértices são $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(0, 2)$.

2. Uma calha (esdrúxula) é construída a partir de uma folha retangular de largura L que é dobrada de tal forma as laterais fiquem paralelas e a base seja formada pelos lados iguais de um triângulo isóceles. Ache o ângulo (θ) em relação à altura do triângulo que maximiza a capacidade da calha.

(Dica: Calcule a área do triângulo superior em função de sua altura h e sua base $2b$ e utilize o teorema de Pitágoras como vínculo adicional. Da relação entre y e h se obtém θ .)



3. Seja S um sólido de densidade constante definido pelo interior da região formada pelo cone da forma $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ e o plano $z = 0$. Ache a altura do seu Centro de Massa da seguinte forma:

(a) Use coordenadas cilíndricas e calcule o seu volume total (sua massa será proporcional a este volume já que a densidade é constante).

(b) Agora, resolva a integral $\iiint_S z \, dV$.

(c) a altura do Centro de Massa Z_{CM} será dada pela razão entre a integral anterior, item 3b, e o volume total calculado no item 3a.

4. Seja a região R o triângulo cujos vértices são representados no plano xy pelos pontos $(0, 0)$, $(2, 1)$ e $(1, 2)$. Utilize a transformação de coordenadas, $x = u + 2v$ e $y = v + 2u$, para calcular a integral

$$\iint_R x - y \, dA$$